

EJERCICIOS DE REPASO PARA VERANO

Ejercicios de Álgebra

Ejercicio nº1

Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

$$a) \log_{\sqrt{3}}(27) = x \quad b) \log_x(\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \quad c) \log_{0.1}(x) = -3$$

$$d) \sqrt[4]{x^3} = 27 \quad e) 3^x = 5 \quad f) \sqrt[3]{16} = 4$$

Ejercicio nº2

Pon bajo un mismo radical: $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^3 \cdot b}}{\sqrt[4]{a \cdot b^3}}$

$$\text{Racionaliza: } a) \frac{2}{3\sqrt{3}} \quad b) \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad c) \frac{5}{\sqrt[5]{8}}$$

Ejercicio nº3

Deja bajo un mismo logaritmo:

$$3\log_2(a+1) - 2\log_2(b) + \frac{1}{2}\log_2(a)$$

Ejercicio nº4

Si $\log_5(N) = 3$ calcula $\log_5(N^3) - \log_5(0.2) + \log_5(125)$

Ejercicio nº5

Sabemos que un depósito de agua pierde un 3% de la misma cada mes. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que el depósito quede con la mitad del agua que tenía inicialmente?

Ejercicio nº6

Calcula el valor de a y b para que el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ sea divisible entre $(x - 1)$ y entre $(x + 3)$.

Ejercicio nº7

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) 2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0 \quad b) x^3 - 7x - 6 = 0 \quad c) 2x^4 - 17x^2 - 9 = 0$$

Ejercicio nº8

Factoriza:

$$a) P(x) = 2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0 \quad b) Q(x) = x^3 - 7x - 6 = 0$$

$$c) R(x) = 2x^4 - 17x^2 - 9 = 0$$

Ejercicio nº9

Opera y simplifica:

$$a) \frac{x-2}{x+1} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x-2} \quad b) \frac{(x+1)^3 - (x-1)^2 - 8x}{(x+1)^2 + (x-1)^3 - 4x}$$

Ejercicio nº10

Resuelve las siguientes ecuaciones

$$a) 3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 7 = 0 \quad b) 9^x - 4 \cdot 3^{x-1} - 5 = 0 \quad c) 4^x + 2^{2-x} - 17 = 0$$

$$d) 2\log(x+1) + \log(1-3x) = 0 \quad e) \log(3x+1) - 2\log(x-2) = \log(2x-5) + 1$$

Ejercicio nº11

Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2^{2x+1} - 2 \cdot 3^{y+1} = 6 \\ 2^{x+1} - 3 \cdot 3^{y+2} = -5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 5^{x-1} + 2 \cdot 3^y = 24 \\ 2 \cdot 5^{x+1} - 5 \cdot 3^{y+1} = 115 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 3\log x + 2\log y = 1 \\ 2\log x - \log y = 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº12

Sabemos que hace 10 años la edad de Juan era el doble de la edad de Pedro y que hace 15 años la edad de Juan era el triple que la de Pedro. Halla las edades actuales de Juan y Pedro.

Ejercicio nº13

A una velada asistieron 20 personas. María bailó con siete muchachos; Olga con ocho; Vera con nueve, y así hasta llegar a Nina que bailó con todos ellos. ¿Cuántos muchachos había en la velada?

Ejercicio nº14

Mezclando dos clases de café, una de 7,2 euros/kg y la otra de 5,6 euros/kg, se quiere obtener una mezcla de 6 euros/kg. ¿Cuántos gramos de cada clase contiene un kilo de mezcla?

Ejercicio nº15

Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) 3x^2 + 5x - 1 \geq 1 \quad b) \frac{4x+1}{x^2-1} - 3 < 0$$

$$c) x^3 - 3x + 2 \leq 0 \quad d) \frac{x-1}{x+1} + \frac{2x+1}{2-x} \geq 3$$

Ejercicios de trigonometría

Ejercicio nº1

Dibuja un triángulo rectángulo que tenga como seno de uno de sus ángulos el valor 0,2. Calcula el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo.

Ejercicio nº2

Halla los ángulos comprendidos entre 0° y 360° que satisfacen:

$$a) \operatorname{tg}(a) = 5,263 \quad b) 2 + 4 \operatorname{sen} x = 0 \quad c) 1 + \operatorname{tg} x = 0$$

Ejercicio nº3

Halla los otros lados de un triángulo, sabiendo que $a = 4$ cm y dos de sus ángulos son $A = 30^\circ$ y $B = 45^\circ$.

Ejercicio nº4

En un triángulo ABC se conoce el lado $a = BC = 10$ metros, el ángulo B, que vale 105° , y el ángulo C, que vale 30° . Halla la longitud de los otros lados y el área del triángulo.

Ejercicio nº5

$$\text{Calcula } \cos(135^\circ) - \operatorname{tg}(225^\circ) + \cos(-60^\circ) + 2 \operatorname{sen}(120^\circ)$$

Ejercicio nº6

Sabiendo que $\cos(a) = \frac{3}{4}$ y que a es un ángulo del cuarto cuadrante, calcula el resto de sus razones trigonométricas. Da el valor de $\operatorname{sen}(180 + a) - \operatorname{tg}(270 - a) + \cos(-a)$

Ejercicio nº7

A un alumno le mandan hacer un triángulo cuyos lados midan 4 cm, 5 cm y 6 cm, respectivamente. ¿Podrías decirle que ángulos tendrá dicho triángulo y cuál será su área?

Ejercicios de geometría

Ejercicio nº1

Dados los vectores $\vec{a} = (2, 3)$; $\vec{b} = (-1, 2)$ y $\vec{c} = (0, 2)$, calcula el módulo de $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$

Ejercicio nº2

Halla el valor de a que hace que los vectores:

$$\vec{u} = (2, -1) \quad \text{y} \quad \vec{v} = (1, a)$$

formen un ángulo de 60° .

Ejercicio nº3

Dados los vectores:

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, m\right) \text{ y } \vec{v} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, n\right)$$

halla m y n en los siguientes casos:

- Ambos vectores son unitarios.
- Los vectores son ortogonales.
- Los vectores tienen la misma dirección.

Ejercicio nº4

Sean los vectores:

$$\vec{u} = (1,2) \text{ y } \vec{v} = (k+1,1)$$

Calcula k para que sean perpendiculares.

Ejercicio nº5

Expresa $(1,-4)$ como combinación lineal de $(1,2)$ y $(-3,4)$.

Ejercicio nº6

Dados los puntos $P(2,2)$, $A(-1,3)$ y la recta $r: 4x - 5y - 21 = 0$, calcula:

- Las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua, general, explícita y punto-pendiente de la recta que pasa por los puntos A y P .
- La recta paralela a r que pasa por A .
- La recta perpendicular a r que pasa por P .

Ejercicio nº7

Halla el valor de k para que las rectas $r: 2x + y = 4$ y $r': kx - 2y = k - 4$:

- Sean paralelas
- Se corten en el punto $(1,2)$.

Ejercicio nº8

Dadas las rectas:

$$r: a x + (a - 1) y - 2 (a + 2) = 0;$$

$$s: 3a x - (3a + 1) y - (5a + 4) = 0,$$

se pide:

- a) El valor de a que hace que sean paralelas
- b) El valor de a que hace que sean perpendiculares. Determina, en ese caso, el punto en que se cortan.

Ejercicio nº9

Da las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos P(2,-1) y Q(2,1).

Ejercicio nº10

Halla la recta, paralela a la que tiene ecuación $x + y - 1 = 0$, cuya ordenada en el origen es 2.

Ejercicio nº11

Da la ecuación de la recta que forma con el eje OX un ángulo de 30° y pasa por el punto A(1,1).

Ejercicio nº12

Da la ecuación de la recta perpendicular a $r: 3x + 4y - 3 = 0$ que, además, pasa por el punto P(-1,3).

Ejercicio nº13

Calcula el valor de a que hace que los puntos A(-1,3), B(1,2) y C(a+1,-1) estén alineados.

Ejercicio nº14

Calcula el punto medio del segmento determinado por A(2,3) y B(4,-5). Da la ecuación general de la mediatriz de dicho segmento.

Ejercicio nº15

Da la ecuación de la recta paralela a $x + y - 3 = 0$ que pase por el punto de corte de las rectas $r: 2x - y + 3 = 0$ y $s: 4x + 3y - 1 = 0$.

Ejercicios sobre sucesiones y funciones

Ejercicio nº1

Define el número e. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim \left(\frac{2n+3}{2n-2} \right)^{2n+1} \quad b) \lim \left(2 + \frac{1-n}{n+3} \right)^{3-n} \quad c) \lim \left(\frac{3n^2 - n + 1}{3n^2 - 3n + 2} \right)^{3n-2} \quad d) \lim \left(\frac{3}{\frac{3n+2}{n-1}} \right)^{n+4}$$

Ejercicio nº2

Calcula el dominio de $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 6}$, $g(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 5}$

Ejercicio nº3

Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n - 2} - n) \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n + 3} + n}{3n + 2} \quad \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{2n + 3} - \frac{6n^2 + n}{4n + 1} \right)$$

Ejercicio nº4

Calcula los siguientes límites de funciones racionales simplificando previamente los factores comunes para los que se anula:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}$$

Ejercicio nº5

Calcula los límites de las siguientes expresiones irracionales:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+2)(x+3)} - x) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 - x})$$

Ejercicio nº6

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a, & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{b}{x-2}, & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

a) Estudia su dominio.

b) Calcula a y b para que la función tenga límites en todos los puntos de su dominio y $f(0) = 1$

Ejercicio nº7

Dadas las funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{si } x \geq 0 \\ -x+1, & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & \text{si } x \leq 2 \\ 2x-6, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Estudia la existencia de los límites en cada punto de sus dominios. Estudia su continuidad.

Ejercicio nº8

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & \text{si } x < 0 \\ ax + b, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 3x + 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcula a y b para que los límites laterales en 0 y 1 coincidan. ¿Cuál es su dominio? ¿Para esos valores es continua?

Ejercicio nº9

Estudia el tipo de simetría de las funciones:

$$\text{a) } f_1(x) = x|x| \qquad \text{b) } f_2(x) = \sqrt{x - x^3} \qquad \text{c) } f_3(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Da el dominio de f_2

Ejercicio nº10

Halla las asíntotas de la función y comprueba si en algún caso la asíntota corta a la gráfica de la función, calculando las coordenadas del punto de corte. Representa la función:

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$$

Ejercicio nº11

Dadas las funciones: $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$, $g(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$, $h(x) = \frac{x^2-9}{x^2}$ y $a(x) = x^3 - 3x + 2$

- Da las asíntotas y el dominio de $f(x)$.
- Da el dominio, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de $g(x)$.
- Da el dominio, simetría, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de $h(x)$.
- Da los puntos de corte con los ejes, y las asíntotas de $a(x)$.

Ejercicio nº12

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$, calcula la recta tangente a la misma en el punto $x = 2$.

Ejercicio nº13

Calcula el dominio de $f(x) = \ln(x^2 + x - 6)$

Ejercicio nº14

Calcula, aplicando la definición, las derivadas de:

$$g(x) = x^2 + 3x - 2; \quad h(x) = \frac{2}{x+3}$$

Ejercicio nº15

Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$a(x) = 2x^2 + 4x + 6 \quad b(x) = x^3 + 5x^2 - 7x + 1 \quad c(x) = 5x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 7$$

$$a(x) = (x^2 + x)^3 \quad b(x) = (x^3 + 3x - 1)^4 \quad c(x) = (3x^2 + 4x - 6)^2$$

$$a(x) = L\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad b(x) = L\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad c(x) = \log(x^2) \quad d(x) = \log_2(5x^2)$$

$$a(x) = e^{4x} \quad b(x) = e^{3-x^2} \quad c(x) = 2^{x^2+1} \quad d(x) = 3^x \cdot 5^x$$

Ejercicio nº16

Da las ecuaciones de las tangentes a la función $f(x) = x^3 - 3x$ que son paralelas a la bisectriz del primer cuadrante

Ejercicio nº17

Dada la función $f(x) = x^2 + 1$

- Calcula su tangente en el punto de abscisa $x = 2$.
- Calcula la ecuación de la tangente paralela a la recta $y = x + 3$.